Chương II:

BỨC XẠ CỦA LƯỠNG CỰC ĐIỆN

1. Bức xạ của lưỡng cực điện:

a) Mở đầu:

$\vec{p} = q\vec{d}$

$\vec{d} = \vec{d}(t)$

$q = q(t) \qquad\qquad i = \dfrac{dq}{dt}$

Từ các phương trình Maxwell và điều kiện chuẩn Lorentz:

$$\Delta V - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} (1)$$

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j}$$

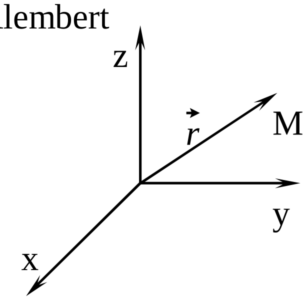
$$div\vec{A}(M,t) + \frac{1}{C^2}\frac{\partial V(M,t)}{\partial t} = 0$$

b) Thế vô hướng và thế vectơ:

Xét sự đóng góp $\delta V(M,t)$, tại điểm M, vào nghiệm của phương trình thế vô hướng (1) gây ra từ một điện tích điểm $\delta Q(t) = \rho(O,t)\delta\tau$ chứa trong thể tích vi phân $\delta\tau$ đặt tại gốc toạ độ.

Có thể viết $\delta V(r,t)$ (đối xứng cầu)

Đối với $r \neq 0$ δV phải thoả mãn phương trình D'Alembert



$$0 = \Delta[\delta V(r,t)] - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}[\delta V(r,t)]$$

với $\Delta[\delta V(r,t)] = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2}{\partial r^2}[r\delta V(r,t)]$

nghiệm có dạng:

$$\delta V(r,t) = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{1}{r} g\left(t + \frac{r}{c}\right)$$

$\dfrac{f}{r} \Rightarrow$ sóng cầu phân kỳ

Nếu xem δV gắn liền với sự tồn tại của nguồn δQ, nguồn này bắt đầu hoạt động tính từ một gốc thời gian nhất định, ta chỉ xét nghiệm:

$$\delta V(r,t) = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

Khi r → 0, nghiệm tiệm cận tới dạng:

$$\delta V(r \to 0, t) \approx \frac{\delta Q(t)}{4\pi\varepsilon r}$$

$$\Rightarrow \delta V(r,t) \approx \frac{\delta Q\left(t - \frac{r}{c}\right)}{4\pi\varepsilon r}$$

$\frac{r}{c}$ thời gian truyền sóng từ O tới M với vận tốc c

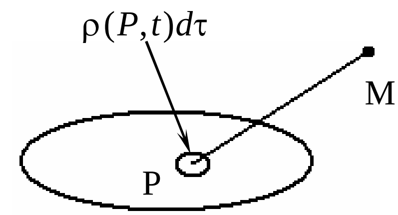
❖ Thế trễ:

Có thể áp dụng các kết quả trên cho trường hợp một phân bố của điện tích và dòng điện:

$$V(M,t)\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_D \frac{\rho\left(p, t - \frac{PM}{c}\right)}{PM} d\tau$$

Tương tự đối với thế vectơ:

$$\vec{A}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_D \frac{\vec{j}\left(P, t - \frac{PM}{c}\right)}{PM} d\tau$$



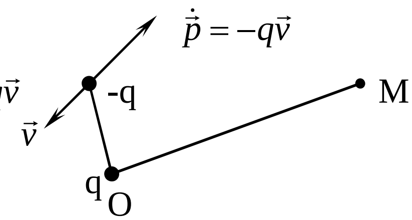
$\Rightarrow$ Độ trễ $\Delta t = \frac{PM}{c}$: sự trễ của truyền thông tin với vận tốc ánh sáng.

❖ Thế vectơ của lưỡng cực:

Điện tích –q chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ ở lân cận q, q đứng yên.

$$\vec{A}(M,t) = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\left(P, t - \frac{PM}{c}\right)}{PM}$$

đối với moment lưỡng cực: $\dot{\vec{p}} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = -q\vec{v}$



$$\vec{A}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\dot{\vec{p}}\left(P, t - \frac{PM}{c}\right)}{PM}$$

- Nếu r » d: (đủ lớn để xem sự phân bố điện tích như điện tích điểm)

  $\vec{p}\left(P, t - \frac{PM}{c}\right) \approx \vec{p}\left(t - \frac{r}{c}\right) \Rightarrow$ độ trễ $\frac{d}{c}$ rất nhỏ.

  (r: khoảng cách từ điểm khảo sát đến lưỡng cực điện)

- Đối với một hạt q dao động với tần số góc ω và biên độ d. Thời gian đặc trưng của sự biến đổi $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (biến đổi trạng thái)

$$\frac{d}{c} \ll T$$

$v = \omega d \quad \Rightarrow \quad v \ll c$

($v = \omega d$: Biên độ của vận tốc dao động)

$\Rightarrow$ Chuyển động của các điện tích điểm là không tương đối tính:

$\lambda = cT \quad \Rightarrow \quad d \ll \lambda$

Kết luận:

Thế vectơ tạiđiểm M vào thời điểm t của một lưỡng cực biến đổi $\vec{p}(t)$, với biên độ bậc d, ở lân cận O, thời gian đặc trưng t:

$$\vec{A}(M,t) \approx \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{p}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r}$$

cần thoả hai điều kiện:

d « r = OM (gần đúng lưỡng cực)

d « λ = cT (gần đúng không tương đối)

Sử dụng biểu diễn phức:

$$\underline{\vec{p}}(t) = \vec{p}_0 e^{j\omega t} \Rightarrow \frac{\partial^n \underline{\vec{p}}}{\partial t^n} = (j\omega)^n \underline{\vec{p}}$$

$$\underline{\vec{A}}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{j\omega}{r}\underline{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{j\omega}{r}\vec{p}_0 e^{j(\omega t - kr)}$$

(với $k = \frac{\omega}{c}$)

❖ Thế vô hướng:

Từ điều kiện chuẩn Lorentz:

$$\frac{\partial \underline{V}}{\partial t} = -c^2 div\underline{\vec{A}} \text{ với } \underline{\vec{A}}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{j\omega}{r}\vec{p}_0 e^{j(\omega t - kr)}$$

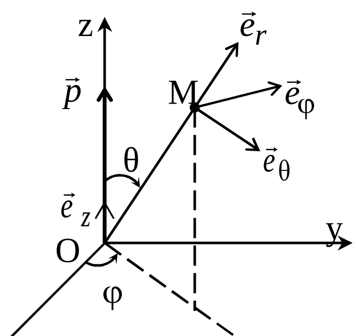
$\Rightarrow$

$$\frac{\partial \underline{V}}{\partial t} = -\frac{\mu_0 c^2}{4\pi} div\left(\frac{j\omega \vec{p}_0 e^{j(\omega t - kr)}}{r}\right) = \frac{\mu_0 c^2}{4\pi}\left(\frac{j\omega}{r^2} + \frac{-\omega^2}{rc}\right)\vec{e}_r \vec{p}_0 e^{j(\omega t - kr)}$$

Lấy tích phân:

$$\underline{V}(M,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{rc}\right)\vec{e}_r \vec{p}_0 e^{j(\omega t - kr)}$$ $\Rightarrow$ thế gần tĩnh của lưỡng cực

$$\begin{cases} div\left(f\left(t-\frac{r}{c}\right)\vec{u}\right) = -\frac{\vec{u}\vec{e}_r}{c} f\left(r-\frac{r}{c}\right) \\ div\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} \end{cases}$$



$$V = \frac{\vec{p}\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\underline{V}(M,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{j\omega}{rc}\right)\cos\theta p_0 e^{j(\omega t - kr)}$$

$$\underline{\vec{A}}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{j\omega}{r} p_0 e^{j(\omega t - kr)}\vec{e}_z$$

c) Điện trường và từ trường (của lưỡng cực điện dao động)

❖ Điện trường:

$$\underline{\vec{E}} = -grad\underline{V} - \frac{\partial \underline{\vec{A}}}{\partial t}$$

Giải trong hệ toạ độ cầu:

$$-grad\underline{V}(M,t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\partial \underline{\vec{V}}(M,t)}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \underline{\vec{V}}(M,t)}{\partial \theta}\vec{e}_\theta\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\left(\frac{2}{r^3} + \frac{2j\omega}{r^2 c} + \frac{-\omega^2}{rc}\right)\cos\theta\vec{e}_r + \left(\frac{1}{r^3} + \frac{j\omega}{r^2 c}\right)\sin\theta\vec{e}_\theta\right]p_0 e^{j(\omega t - kr)}$$

$$-\frac{\partial \underline{\vec{A}}}{\partial t} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\omega^2}{r} p_0 e^{j(\omega t - kr)}\vec{e}_z = \frac{\mu_0\omega^2}{4\pi}\frac{p_0 e^{j(\omega t - kr)}}{r}\left(\cos\theta\vec{e}_r - \sin\theta\vec{e}_\theta\right)$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E}}(M,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\left(\frac{2}{r^3} + \frac{2j\omega}{r^2 c}\right)\cos\theta\vec{e}_r + \left(\frac{1}{r^3} + \frac{j\omega}{r^2 c} + \frac{-\omega^2}{rc^2}\right)\sin\theta\vec{e}_\theta\right]p_0 e^{j(\omega t - kr)}$$

Vectơ cường độ điện trường nằm trong mặt phẳng chứa trục Oz.

❖ Từ trường:

$$\vec{B} = rot\vec{A}$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{B}}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{j\omega}{r^2} - \frac{\omega^2}{rc}\right)\sin\theta p_0 e^{j(\omega t - kr)}\vec{e}_\varphi$$

d) Bức xạ của lưỡng cực điện:

❖ Vùng bức xạ (vùng xa): d « λ « r $\left(\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}\right)$

Tập hợp những điểm ở khoảng cách lớn hơn so với bước sóng.

$$\frac{1}{r^3} \ll \frac{1}{r^2\lambda} \ll \frac{1}{r\lambda^2} \Rightarrow \frac{1}{r^3} \ll \frac{\omega}{r^2 c} \ll \frac{\omega^2}{rc^2} \Rightarrow \frac{|p|}{r^3} \ll \frac{|\dot{p}|}{r^2 c} \ll \frac{|\ddot{p}|}{rc^2}$$

Trường điện từ bức xạ bởi lưỡng cực điện có dạng gần đúng như sau:

$$\underline{\vec{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-\omega^2 p_0 e^{j(\omega t - kr)}}{rc^2}\right]\sin\theta\vec{e}_\theta$$

$$\underline{\vec{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{-\omega^2 p_0 e^{j(\omega t - kr)}}{rc}\right]\sin\theta\vec{e}_\varphi$$

Dưới dạng thực:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{rc^2}\right]\sin\theta\vec{e}_\theta$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{rc}\right]\sin\theta\vec{e}_\varphi$$

❖ Cấu trúc của trường bức xạ:

Chúng ta đã khảo sát trường bức xạ của lưỡng cực dao động dọc theo Oz. Đối với một lưỡng cực trong trường hợp tổng quát:

$$\vec{p}(t) = p_x(t)\vec{e}_x + p_y(t)\vec{e}_y + p_z(t)\vec{e}_z$$

Có thể viết:

$$\vec{E}(M,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left[\ddot{\vec{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right) \wedge \vec{e}_r\right] \wedge \vec{e}_r}{rc^2}$$

$$\vec{B}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\ddot{\vec{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right) \wedge \vec{e}_r}{rc}$$

Các trường nhận được có dạng tương tự như sóng cầu phân kỳ truyền với vận tốc c. Phương truyền sóng được chỉ ra bởi $\vec{e}_r$.

Điện trường và từ trường vuông góc với $\vec{e}_r$ và

$$\vec{E}(\vec{r},t) = c\vec{B}(\vec{r},t) \wedge \vec{e}_r$$

giống như sóng điện từ phẳng liên tiếp (OPP) truyền trong chân không, song song với vectơ $\vec{e}_r$.

Kết luận: Trong vùng bức xạ (d « λ « r), trường điện từ gây ra bởi lưỡng cực điện có các tính chất sau:

- Giảm tỉ lệ với $\frac{1}{r}$.
- Tỉ lệ với gia tốc dao động của hạt $\ddot{\vec{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right)$

• Tại điểm xác định (cục bộ) có cấu trúc của sóng phẳng liên tiếp trong chân không

$\vec{E}, \vec{B}, \vec{e}_r$ là tam diện thuận với $\vec{E}_r(\vec{r},t) = c\vec{B}(\vec{r},t) \wedge \vec{e}_r$

e) *Năng lượng điện từ bức xạ:*

Khảo sát trường hợp lưỡng cực dao động dọc theo trục O_z.

Vectơ Poynting:

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = (E\vec{e}_\theta) \wedge \left(\frac{E}{\mu_0 c}\vec{e}_\varphi\right) = \frac{E^2}{\mu_0 c}\vec{e}_r$$

$$\vec{\Pi} = \frac{\mu_0 \sin^2\theta}{16\pi^2 r^2 c}\ddot{p}^2\left(t - \frac{r}{c}\right)\vec{e}_r$$

Công suất bức xạ truyền qua một phần tử bề mặt dS = $r^3 d\Omega$ của hình cầu tâm O bán kính r, được nhìn phía dưới góc khối $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$:

$$d\wp = \vec{\Pi}.d\vec{S} = \vec{\Pi}.dS\vec{e}_r = r^2\left(\vec{\Pi}.\vec{e}_r\right)d\Omega$$

Công suất phát xạ tương ứng với một đơn vị góc khối:

$$\frac{d\wp}{d\Omega} = \frac{\ddot{p}^2 \sin^2\theta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3}$$

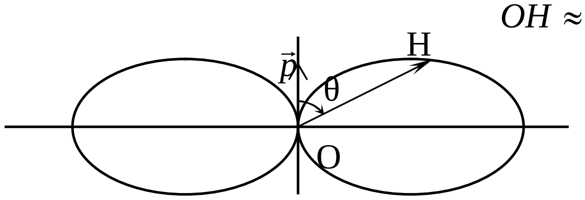
công thức trên không phụ thuộc vào góc φ và r.

❖ Giản đồ:

Bức xạ của lưỡng cực điện không đẳng hướng:

- Công suất được phát xạ chủ yếu theo các phương vuông góc với vectơ $\frac{d^2\vec{p}}{dt^2}$
- Không có năng lượng phát xạ theo phương của vectơ này $(\vec{p})$

$$OH \approx \frac{d\wp}{d\Omega} \approx \sin^2\theta$$



❖ Công suất phát xạ toàn phần:

$$\wp = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\frac{d\wp}{d\Omega}d\Omega = \frac{\ddot{p}^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

$$\int_{\theta=0}^{\pi}\sin^3\theta d\theta = \frac{4}{3}$$

f) Sự tán xạ của bức xạ điện từ:

❖ Mô hình điện tử liên kết đàn hồi:

Giả sử:

✓ Các điện tử khác nhau của các phần tử khí độc lập với nhau.

✓ Mỗi electron được xem như một dao động tử điều hoà tắt dần. Lực tác dụng lên electron: $-m\omega_0^2\vec{r}$

$\vec{r}$ độ lệch tâm của đám mây điện tử trong nguyên tử.

$$\vec{F} = -m\omega_0^2\vec{r}$$

Lực cản: $\vec{F} = -m\dfrac{\omega_0}{Q}\vec{v}$ Q: yếu tố chất lượng của dao động tử.

$$m\ddot{\vec{r}} = -m\omega_0^2\vec{r} - m\frac{\omega_0}{Q}\dot{\vec{r}} - q\vec{E}(t)$$

$-q\vec{E}$: lực tĩnh điện.

$$\underline{\vec{r}} = \frac{-\dfrac{q}{m\omega_0^2}}{1 + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0} - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}\underline{\vec{E}}_0 e^{j\omega t}$$

❖ Tán xạ Rayleigh:

$\Omega \ll \omega_0$: $\underline{\vec{r}} \approx -\dfrac{q}{m\omega_0^2}\underline{\vec{E}}_0 e^{j\omega t}$

$$\vec{a} = \ddot{\underline{\vec{r}}} = -\omega^2\vec{r} \approx \frac{q}{m}\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\underline{\vec{E}}_0 e^{j\omega t}$$

Công suất phát xạ $\approx (\vec{a})^2$ tức là $\approx \omega^4$ hay $\dfrac{1}{\lambda^4}$.

❖ Sự phân cực bởi tán xạ:

Tia tán xạ song song với phương của tia tới thì không phân cực.

Tia tán xạ vuông góc với phương của tia tới thì phân cực thẳng.

Đối với các phương trung gian, tia tán x ạ phân cực một phần.

- Chúng tôi đã dịch được một số chương của một số khóa học thuộc chương trình học liệu mở của hai trường đại học nổi tiếng thế giới MIT và Yale.
- Chi tiết xin xem tại:
- http://mientayvn.com/OCW/MIT/Vat_li.html
- http://mientayvn.com/OCW/YALE/Ki_thuat_y_sinh.html